



**πανελλαδικές  
εξετάσεις 2026**

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΜΑΘΗΜΑ**

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (Άλγεβρα)**

**ΩΡΑ ΑΝΑΡΤΗΣΗΣ**

10:55



**φροντιστήρια  
ΠΟΥΚΑΜΙΣΑΣ**

Ο ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΜΙΛΟΣ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ – ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2-6-2026

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (Αλγεβρα)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ  
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

A.1.

Η σχετική συχνότητα της τιμής  $x_i$  ορίζεται ως  $f_i = \frac{v_i}{v}$ , όπου  $v_i$  η (απόλυτη) συχνότητα της  $x_i$  και  $v$  το μέγεθος του δείγματος. Τότε:

$$f_1 + f_2 + \dots + f_k = \frac{v_1}{v} + \frac{v_2}{v} + \dots + \frac{v_k}{v} = \frac{v_1 + v_2 + \dots + v_k}{v} = \frac{v}{v} = 1$$

A.2.

Διατάσσουμε τις  $v$  παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά. Διάμεσος ( $\delta$ ) ονομάζεται:

- αν το  $v$  είναι *περιττός*, η μεσαία παρατήρηση, δηλαδή αυτή που βρίσκεται στη θέση  $\frac{v+1}{2}$ ,
- αν το  $v$  είναι *άρτιος*, το ημίαθροισμα (μέσος όρος) των δύο μεσαίων παρατηρήσεων, δηλαδή αυτών στις θέσεις  $\frac{v}{2}$  και  $\frac{v}{2} + 1$ .

A.3.

Συνάρτηση πρώτης παραγώγου της  $f$  ονομάζεται η συνάρτηση  $f' : B \rightarrow \mathbb{R}$  που σε κάθε  $x \in B$  αντιστοιχίζει την παράγωγο της  $f$  στο σημείο αυτό:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

A.4.

$\alpha \rightarrow$  Λάθος

$\beta \rightarrow$  Σωστό

$\gamma \rightarrow$  Σωστό

$\delta \rightarrow$  Λάθος

$\varepsilon \rightarrow$  Σωστό

### ΘΕΜΑ Β

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1, x \in \mathbb{R}$$

**B.1.**  $f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1\right)' = x^2 - 2x - 3, x \in \mathbb{R}$

**B.2.**  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16 > 0 \quad 2 \text{ λύσεις άνισες}$$

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm 4}{2} \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \end{array} \right.$$

Η μονοτονία προκύπτει από τον παρακάτω πίνακα:

$x$	$-\infty$		$-1$		$3$		$+\infty$
$f'(x)$		+	○	-	○	+	
$f$		↗	ΤΟΠ. ΜΕΓ.	↘	ΤΟΠ. ΕΛ.	↗	

Η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα  $(-\infty, -1]$  και  $[3, +\infty)$ .

Η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα  $[-1, 3]$ .

Η  $f$  παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στη θέση  $x = -1$  το

$$f(-1) = \frac{1}{3}(-1)^3 - (-1)^2 - 3(-1) + 1 = -\frac{1}{3} - 1 + 3 + 1 = -\frac{1}{3} + 3 = -\frac{1}{3} + \frac{9}{3} = \frac{8}{3}$$

Η  $f$  παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στη θέση  $x = 3$  το

$$f(3) = \frac{1}{3} \cdot 3^3 - 3^2 - 3 \cdot 3 + 1 = \frac{27}{3} - 9 - 9 + 1 = 9 - 9 - 9 + 1 = -8$$

### **B.3.**

Η εξίσωση εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $A(0, f(0))$  είναι της μορφής  $(\varepsilon): y = \lambda x + \beta$ .

$$f(0) = \frac{1}{3}0^3 - 0^2 - 3 \cdot 0 + 1 = 1.$$

Άρα αναζητούμε εξίσωση εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $A(0,1)$ .

$$f'(0) = 0^2 - 2 \cdot 0 - 3 = -3 \quad \text{άρα } (\varepsilon): y = -3x + \beta$$

Το σημείο  $A(0,1)$  είναι σημείο της εφαπτομένης, άρα οι συντεταγμένες του επαληθεύουν την εξίσωσή της. Δηλαδή για  $x = 0$  και  $y = 1$  έχουμε:

$$1 = -3 \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = 1$$

Τελικά η εξίσωση εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $A(0,1)$  είναι η  $(\varepsilon): y = -3x + 1$ .

#### B.4.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f'(x)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x+1} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-3)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-3) = -1 - 3 = -4$$

Horner στην παράσταση  $x^2 - 2x - 3$  με  $\rho = -1$

1	-2	-3	-1
↓	-1	3	
1	-3	0	

Άρα  $x^2 - 2x - 3 = (x+1)(x-3)$

### ΘΕΜΑ Γ

#### Γ.1.

Ο μέσος αριθμός βιβλίων είναι  $\bar{x} = 4$  επομένως

$$\frac{4+5+4+k+0+3+7}{7} = 4 \Leftrightarrow \frac{23+k}{7} = 4 \Leftrightarrow 23+k = 28 \Leftrightarrow k = 5$$

#### Γ.2.

Για  $k = 5$  έχουμε τις παρατηρήσεις 4, 5, 4, 5, 0, 3, 7

Σε αύξουσα σειρά: 0, 3, 4, 4, 5, 5, 7

Περισσότερο πλήθος παρατηρήσεων, άρα η διάμεσος θα είναι η μεσαία παρατήρηση,  $\delta = t_4 = 4$ .

#### Γ.3.

Η διακύμανση είναι:

$$s^2 = \frac{(0-4)^2 + (3-4)^2 + 2(4-4)^2 + 2(5-4)^2 + (7-4)^2}{7} = \frac{16+1+2 \cdot 0+2 \cdot 1+9}{7} = \frac{28}{7} = 4$$

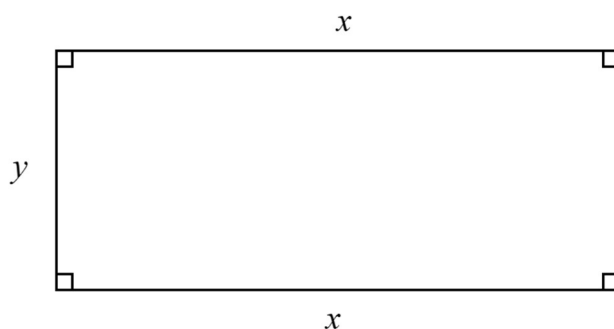
Γ.4.

Η τυπική απόκλιση είναι  $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{4} = 2$  οπότε  $CV = \frac{s}{|\bar{x}|} \cdot 100\% = \frac{2}{4} \cdot 100\% = 50\%$ .

Το δείγμα δεν είναι ομοιογενές αφού  $CV = 50\% > 10\%$ .

### ΘΕΜΑ Δ

Δ.1.



Το εμβαδόν του παραλληλογράμμου είναι  $x \cdot y = 100$ , άρα  $y = \frac{100}{x}$  με  $x > 0$

Για την περίμετρο έχουμε:

$$\Pi(x) = 2x + 2y, x > 0$$

$$\Pi(x) = 2x + 2 \frac{100}{x}, x > 0$$

$$\Pi(x) = 2x + \frac{200}{x}, x > 0$$

Δ.2.

Για  $x > 0$

$$\Pi'(x) = \left( 2x + \frac{200}{x} \right)' = 2 - \frac{200}{x^2} = \frac{2}{1} - \frac{200}{x^2} = \frac{2x^2}{x^2} - \frac{200}{x^2} = \frac{2x^2 - 200}{x^2}, x > 0$$

$$\Pi'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 - 200}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \overset{x>0}{2x^2 - 200 = 0} \Leftrightarrow 2x^2 = 200 \Leftrightarrow x^2 = 100 \Leftrightarrow x = \pm 10$$

Αφού  $x > 0$ , έχουμε  $x = 10$

Η μονοτονία προκύπτει από τον παρακάτω πίνακα:

$x$	$-\infty$	$-10$	$0$	$10$	$+\infty$
$2x^2 - 200$	+	○	-	○	+
$x^2$	+	+	+	+	+
$\Pi'(x)$	+	+	-	○	+
$\Pi$				ολ. Ελ.	

Η  $\Pi$  είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα  $(0, 10]$ .

Η  $\Pi$  είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $[10, +\infty)$ .

Η  $\Pi$  παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στη θέση  $x = 10$  το

$$\Pi(10) = 2 \cdot 10 + \frac{200}{10} = 20 + 20 = 40 \text{ m}$$

Για την μικρότερη περίμετρο έχουμε:

$$x = 10 \text{ m} \text{ άρα } y = \frac{100}{10} = 10 \text{ m}, \text{ άρα το σχήμα είναι τετράγωνο.}$$

**Δ.3.**

$x_1, x_2 \in (0, 10)$  όπου  $\Pi$  γνησίως φθίνουσα από Δ2 άρα

$$x_1 < x_2 \stackrel{\Pi \searrow}{\Leftrightarrow} \Pi(x_1) > \Pi(x_2) \Leftrightarrow \Pi(x_1) - \Pi(x_2) > 0 \text{ επίσης } x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 < 0$$

$$\text{Άρα } A = \frac{\Pi(x_1) - \Pi(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$$

**Δ.4.**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\Pi'(x)}{\sqrt{10x-10}} &= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\frac{2x^2-200}{x^2}}{\frac{1}{\sqrt{10x-10}}} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2x^2-200}{x^2(\sqrt{10x-10})} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x^2-100)(\sqrt{10x+10})}{x^2(\sqrt{10x-10})(\sqrt{10x+10})} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x-10)(x+10)(\sqrt{10x+10})}{x^2(10x-100)} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x-10)(x+10)(\sqrt{10x+10})}{10x^2(x-10)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x+10)(\sqrt{10x+10})}{10x^2} = \frac{2 \cdot 20 \cdot 20}{10 \cdot 100} = \frac{800}{1000} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \end{aligned}$$



### ► Υπολογισμός Μορίων Πανελλαδικών 2026

Υπολόγισε τα μόριά σου για κάθε Τμήμα

► [poukamisas.gr/calculator](https://poukamisas.gr/calculator)